SEP59 2020

BIOMECANIQUE / MORPHOLOGIE FONCTIONNELLE

Rémi Hackert

Notes de cours associées au CM 1 / Rappel de mécanique

Plan

I. Biomécanique et morphologie fonctionnelle

La mécanique est la partie de la physique qui étudie le mouvement des corps. La biomécanique est une application de la mécanique à l'étude des mouvements des corps vivants. La biomécanique adresse donc un spectre très large de problème: de l'écoulement de globules dans un capillaire au déplacement d'un organisme complet.

On pourra distinguer différents niveaux d'étude: un niveau descriptif qui cherche à *décrire* le mouvement – la mesure des déplacements spatiaux, l'estimation de leur vitesse, la quantification de la variabilité de ces mouvements. Ce niveau d'analyse est appelé l'*analyse cinématique.* Elle étudie le mouvement en faisant abstraction de ses causes.

Si l'on s'intéresse aux causes du mouvement, on doit alors tenir compte des interactions du sujet d'étude avec son environnement. Ces interactions sont modélisées sous la forme de forces de nature diverses (forces de contact, force à distance comme la gravité, etc..). Ces forces ont une direction, un sens, une intensité. Elles sont représentées mathématiquement par des vecteurs. Les échanges gazeux respiratoires constituent aussi une forme d'interaction avec environnement. L'étude qui modélise le sujet en interaction avec son environnement est une étude qui s'intéresse à la *dynamique* de son mouvement.

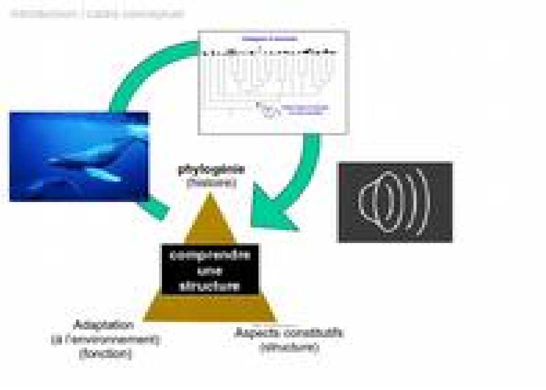
La connaissance des forces *externes* c'est à dire des forces échangées avec l'environnement, peut permettre d'estimer certaines forces *internes*, c'est à dire des force échangées entre deux sous parties du corps étudié. On notera que la *statique* d'une structure c'est à dire l'étude des forces internes d'une structure alors même que le mouvement est nul est également une partie de la biomécanique.

On a alors besoin de connaissances sur la *résistance des matériaux* composant la structure, notamment sa résistance à la déformation. On soumettra donc ces matériaux à des contraintes mécaniques en traction, en compression, en torsion ... La mécanique des structures biologiques, au sens de la *résistance des matériaux- en biologie on pourra souvent parler de résistance des tissus* - est aussi une partie de la biomécanique.

Position de la biomécanique

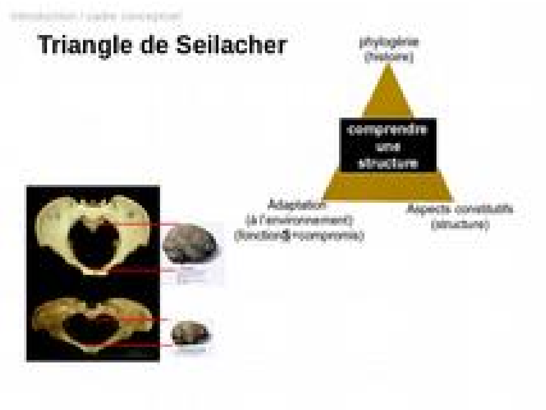
La biomécanique, en quantifiant les contraintes, les forces, les déformations, fournit *un éclairage* sur le pourquoi d'une architecture, sur la logique d'une forme, d'une structure dans son rapport avec la fonction accomplie. Néanmoins, il faut garder à l'esprit qu'elle ne peut à elle seule expliquer le pourquoi d'une forme vivante ou du mouvement qu'elle dessine.

Car trois facteurs gouvernent au moins la forme d'une structure biologique (Triangle de Seilacher):



L'histoire évolutive du sujet d'étude. Le mouvement de nage d'une baleine avec ses oscillations dans le plan sagittal peut surprendre alors même que tous les poissons se déplaçant dans le même milieu oscille dans un plan latéral. La réponse tient entière dans l'histoire évolutive de cet animal: si on compare la baleine avec ses ancêtres c'est à dire les petits mammifères terrestres et qu'on s'intéresse à la locomotion des petits mammifères (actuel) on retrouvera alors les traces de ces oscillations sagittales dans la course.

[voir la flexion sagittale d'un ochotone pendant sa course Pika_Demi_bd_Xrays5.mp4]

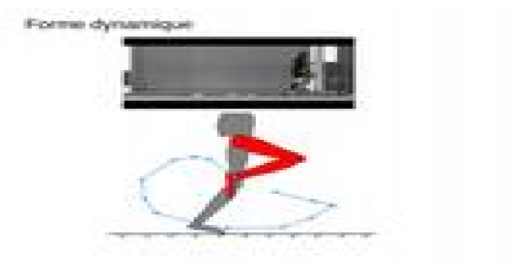


Le deuxième pôle est fonctionnel. A quelle(s) fonction(s) participe la structure? Étudions un bassin. Le bassin apparaît comme la clef de voûte qui relie deux chaînes segmentées, les jambes. Mais sa forme est aussi déterminée par son rôle dans la parturition - le corps du nouveau né et surtout sa tête doivent pouvoir passer à travers le bassin, ce qui induit des contraintes de forme et de dimension. En outre chez l'homme, les ailes iliaques se sont ouvertes vers l'extérieur alors que ce n'est pas le cas chez les grands singes. C'est que suite à notre station érigée, les viscères tombent vers le bas et que les ailes iliaques jouent aussi un rôle de support du système viscéral. Ce pôle fonctionnel traduit donc *les* relations *(au pluriel)* de la structure avec son environnement. Une forme est souvent - pour ne pas dire toujours - le résultat d'un compromis.

Enfin le dernier pôle est structurel: la forme d'une structure dépend aussi des propriétés de la matière à partir de laquelle elle est façonnée. C'est par exemple l'orientation des microstructure osseuses qui détermine en partie la résistance d'un os aux contraintes. C'est la structuration interne du muscle et des tendons qui rend possible un stockage d'énergie au sein de ces structures...etc.

La biomécanique n'aura pas grand chose à dire sur le pôle 1. Elle pourra surtout apporter des informations sur les aspects de structure et sur sa relation au fonctionnel notamment en associant à une structure en fonction des mesures objectives de sa performance.

Exemple de forme dynamique: pendant la course la trajectoire de la cheville dessine une poulaine, ces chaussures du moyen-age.



On notera que la forme étudiée n'est pas nécessairement statique comme l'est la forme d'un os, mais peut être dynamique comme l'est par exemple la trajectoire de la cheville lors du mouvement de course. Le cadre conceptuel pour l'étude des formes dynamiques reste le même.

II . Quelques rappels de mathématiques

La notion de vecteur est un outil fondamental en mécanique.

Mais qu’est ce qu’un vecteur ?

Mathématiquement: Soient deux points du plan A et B. Ce couple de point (A,B) définit ce qu'on appelle un bipoint. Ce bipoint est orienté A étant l'origine B, la destination. Le bipoint (A,B) est donc différent du bipoint (B,A). Un second bipoint (C,D) sera dit équipollent au bipoint (A,B) si ABCD forme un parallélogramme c'est à dire AB // CD et si la distance AB égale la distance CD. Le vecteur **AB** est l'ensemble des bipoints équipollents au bipoint (A,B).

Dans ce cours, le vecteur AB sera noté **AB** (en gras) ou vectAB en lieu et place de la notation consacrée qui fait apparaître une flèche horizontale au dessus du nom du vecteur.

Tout l’intérêt de cet outil mathématique est de pouvoir manipuler tout à la fois, une direction, un sens, et une intensité (parfois appelé norme) , trois grandeurs souvent liées à un phénomène dans notre espace physique : un déplacement, une vitesse, une accélération, une force pourront donc être représentés par un vecteur.

Un vecteur unitaire est un vecteur dont la norme (la longueur) égale 1.

Dans l'espace à trois dimensions muni d'un repère (c'est à dire d'une origine 0 et d'une base de vecteurs unitaires (**i**, **j** ,**k**)), tout vecteur **u** peut être décomposé selon les vecteurs de la base. **u**= a **i** + b **j** +c **k**

a,b,c sont les coordonnées du vecteur dans la base choisie (**i**, **j** ,**k**).

La norme du vecteur **u** est noté ||**u**|| et vaut $(a^2 + b^2 + c^2)^{1/2}$.

[Cette formule ne tombe pas du ciel , c'est l' application directe du théorème de Pythagore.]

Une force F s'appliquant en un point A selon une direction connue , un sens connu, et avec une intensité connue pourra donc être représentée par un vecteur F.

On appelle composante de la force **F** , notée Fx, Fy, Fz les coordonnées du vecteur **F** selon les trois axes du repère. Ces coordonnées représentent la projection orthogonale du vecteur **F** sur chacun des axes.

On rappelle que cette projection orthogonale est équivalent à la notion mathématique de produit scalaire.

Sur la figure plane (en 2D) précédente, la projection de **F** sur l'axe des x est Fx, la projection orthogonale de F sur l'axe des y est Fy.

Le résultat du produit scalaire est un nombre pas un vecteur !

le produit scalaire de **F** et **i** note **F**.**i** vaut ||**F**|| x ||**i**|| x cos(**F**;**i**).

Puisque ||**i**||=1 , **F**.**i** = ||**F**|| x cos(**F**;**i**) c'est à dire Fx.

La décomposition de F en ces composantes selon les axes du repère est le plus souvent physiquement intéressante et n'est pas que formelle. Par exemple lors de la description de force de contact entre un corps et le substrat. La force F pourra être décompose en une partie parallèle au substrat et une partie perpendiculaire (orthogonale) à la surface du substrat. La partie parallèle au substrat étant liée au mouvement de glissement du corps par rapport au substrat. L'effet d'une force sera d'autant plus grand dans une direction donnée que la projection de ce vecteur sur cette direction est grande.

III Description d'un corps

Dimension et forme

Les dimensions d'une structure participent naturellement à la description d'une structure. Les outils de mesure actuels ont très largement dépassé les possibilités du pied à coulisses. Mécaniquement parlant cependant toutes les dimensions ne seront pas aussi relevantes les unes que les autres. Le propre de la biomécanique c'est l'abstraction et la modélisation d'une structure. Toute description porte une part de subjectivité qui réside déjà dans le choix des grandeurs à mesurer.

Ordonnancement / conformation

Le positionnement des parties les unes par rapport aux autres, est une donnée fondamentale de la description du système. Les structures biologiques sont souvent des constructions faisant appel à la répétition de structures identiques. Exemple: mise en série de sarcomères, mise en parallèle de fibre musculaire. De fait, la quantification du nombre d'éléments en série, en parallèle sont des éléments fondamentaux pour la modélisation biomécanique. L'emboîtement de structures à l'exemple de celles du muscles induit une relation "d'ordre" dans la structure.

La description des liaisons entres les éléments d'une structure, l'estimation de la mobilité des parties entre elles, permettront de modéliser ces liaisons,et de contraindre ensuite la mobilité du modèle modèle biomécanique associé c'est a dire lui attribue le bon nombre de degrés de liberté (qui correspond en mécanique au nombre de paramètres indépendants qui gouverne la structure.

La conformation d'une structure en mécanique fait référence à la description de la position tri-dimensionnelle de ces parties, une définition proche de la celle de la conformation moléculaire en chimie.

L'anatomie descriptive est donc fondamentale pour la biomécanique.

Masse

La masse, ou masse inerte, d'un corps quantifie sa résistance à une mise en mouvement ou à une modification de son mouvement, on parle d'inertie. Newton a identifié cette masse "inerte" à la quantité de matière qui constitue ce corps. L'unité de masse est le [kg].

La tendance naturelle d'un corps isolé est de persister dans son état actuel. Le repos en est un cas particulier ou la vitesse est nulle. Persister revient donc à dire que le corps, si aucune action ne vient le perturber, continuera son déplacement rectiligne et uniforme (en conservant la même vitesse).

Centre de masse

Nous décomposons mentalement le corps que nous étudions en petit éléments *i* qui ont chacun leur masse m_i. Le centre de masse est le point de l'espace - c'est donc une construction géométrique – qui est la *moyenne* des positions des différents éléments de masse (en mathématique on parle de barycentre) pondérée par la masse des éléments de masse s'ils ont des masses différentes,

Exemple : soit un système composé de deux éléments positionnés en A_1 et en A_2 et de masse respective m_1 et m_2.

Alors la position du centre de masse M est donnée par :

$$\mathbf{OM} = (m_1\,\mathbf{OA_1} + m_2\,\mathbf{OA_2}) / (m1+m2)$$

C'est une construction géométrique et par conséquent le centre de masse peut ne pas se trouver dans le corps étudié, notamment si celui ci n'a pas une forme compacte (penser par exemple à une banane). Par ailleurs comme la plupart des structures étudiées en biomécanique se déforment , avec des parties potentiellement mobiles les unes par rapport aux autres, le centre de masse est un point à priori mobile lui aussi. Notons que, par définition, le centre de masse n'est pas un point incarné par une quelconque structure anatomique. Néanmoins sa position par rapport aux éléments de la structure est souvent un élément intéressant d'interprétation.

En pratique il existe de multiples façons de déterminer la position du centre de masse.

La plus simple dans le cas de structures simples, avec des géométries simples elles aussi, est d'utiliser les axes et plans de symétrie. Si le corps a une masse volumique homogène alors le centre de masse se trouvera sur les droites d'intersection des plans de symétrie.

Sur des structures non déformables assez grosses, on peut procéder par double suspension. En suspendant le corps par un premier point, le corps pendule autour de son point de suspension puis se stabilise. Le centre de masse est alors positionné au dessous à la verticale du point de suspension. En suspendant notre structure en deux points nous obtenons ainsi deux droites qui se coupent en un point qui est le centre de masse.

Pour des structures plus complexes, inhomogène, avec des variations de densité, des scans volumiques aux rayons X peuvent permettre de reconnaître les structures de même densité et un calcul informatique (intégration sur les volumes) peut alors permettre d'aboutir.

Simple en théorie, la détermination peut se révéler laborieuse en pratique.

Au fait quelle est typiquement la masse volumique des tissus de notre corps ?

De l'ordre du gramme /cm^3 (sang: 1.06 ; os autour de 1.6 chez l'adulte) donc supérieur à celle de l'eau pure 1g/cm3 ou de l'eau de mer 1,025g/cm^3. Dans les deux cas, notre corps ne flotte que s'il renferme de l'air dans les poumons.

NB 1:: la densité est la masse volumique rapportée à la masse volumique de l'eau 1g/cm3. La densité est donc sans unité.

NB 2:: on peut écrire cette définition autrement ; introduisons M dans $\mathbf{OA_1}$ **et** $\mathbf{OA_2}$

$\mathbf{OM} = (m_1\,(\mathbf{OM} + \mathbf{MA_1}) + m_2\,(\mathbf{OM} + \mathbf{MA_2})) / (m_1+m_2)$

soit encore $\mathbf{OM}\,(m1+m2) = m_1\,(\mathbf{OM} + \mathbf{MA_1}) + m_2\,(\mathbf{OM} + \mathbf{MA_2})$

et donc en simplifiant : $m_1\,\mathbf{MA_1} + m_2\,\mathbf{MA_2} = \mathbf{0}$

qui est une autre manière de définir le centre de masse.

On peut établir une correspondance entre centre de masse et une notion issue du monde des statistiques: la moyenne statistique.

Moment d'inertie

La grandeur "masse" ne dit rien sur la façon dont cette quantité de matière est répartie dans l'espace. Pourtant on sait bien que la façon dont la masse est répartie joue un rôle notamment lors de l'accomplissement de certain mouvement de rotation autour d'un axe. La patineuse qui ramène ces bras le long du corps va tourner plus vite autour de l'axe de son corps. Si au contraire elle les écarte, elle ralentira sa rotation. En écartant les bras sa masse ne varie pas mais la distribution spatiale de sa masse oui.

Pour appréhender cette distribution de masse on introduit le *moment d'inertie J calculer par rapport a un axe passant par le centre de masse M*, grandeur définit comme suit

$J_{/M} = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \ldots$

m_1, m_2, m_3 sont des petits éléments de masse. r_1,r_2,r_3 sont les distances respectives qui séparent ces masses de l'axe de rotation.

Après avoir dit que le centre de masse correspond à une position moyenne, et pour poursuivre le parallèle entre mécanique et statistique, on voit que J est alors homologue à la variance statistique., i.e. la somme des écart à la moyenne mis au carré, chaque distance à la moyenne étant pondérée par le nombre d'occurrence La variance qui reflète la distribution des valeurs autour de la moyenne a aussi son correspondant en mécanique, et c'est donc le moment d'inertie. Comme pour la variance en statistique, le moment d'inertie est minimum lorsqu'il est calculé par rapport à un axe passant par le centre de masse.

Tout corps solide, aussi biscornu et dissymétrique qu'il puisse être, se comporte de façon identique à un ellipsoïde « équivalent » (dragée) à trois axes de symétrie. Sauf cas particulier il possède 3 axes de symétrie inégaux, un grand, un moyen et un petit axe. C'est autour du grand axe que l'inertie est minimum (puisque tous les points de l'ellipsoïde sont proche du grand axe) et c'est autour du petit axe que l'inertie est maximum. l'axe moyen représente une situation intermédiaire (et correspond d'ailleurs en mécanique à une rotation instable)

IV Force, déformation et équilibre

La force de gravitation

La gravitation est l'une des 4 forces structurant l'univers. C'est une interaction à distance dont nous considérerons l'action comme instantanée et qui existe entre toutes les masses.

Une masse exerce donc en potentiel une force autour d'elle sur tout objet s'approchant. On parle de champ de force et ici de champ de pesanteur. Le champ de pesanteur terrestre est cette fois plus grand que le champ de force que crée mon corps.

Debout sur terre, nous sommes attirés par la terre dont la masse vaut M_T=5,9736×10^{24} kg. Ce que nous appelons notre poids est la mesure de cette force d'attraction formalisée par Newton :

$$\vec{F}_{12} \quad -G \cdot \frac{m_1 m_2}{d^2} \vec{u}_{12}$$

- $\vec{F}_{12}$ étant la force gravitationnelle exercée par le corps 1 sur le corps 2 (en newton ou m·kg·s^{-2}) ;
- G, la constante gravitationnelle, qui vaut 6,6742×10^{-11} N·m^2·kg^{-2} (ou m^3·kg^{-1}·s^{-2})
- m_1 et m_2, les masses des deux corps en présence (en kilogrammes) ;
- d, la distance entre les 2 corps (en mètres) ;
- $\vec{u}_{12}$ est un vecteur unitaire dirigé du corps 1 vers le corps 2 ;

  A la surface de la terre, la distance qui nous sépare du centre de la terre est le rayon terrestre R_T = 6 371 km et donc la norme de la force ||$\mathbf{F_{12}}$||= -G M_T.m/R^2_T. Pour simplifier cette expression, on remplace -G M_T /R^2_T $\mathbf{u_{12}}$ qui est homogène à une accélération par **g**. On a alors **F**=m.**g** L'application numérique donne g= 9.81m.s^{-2} .

Lorsqu'on se pèse, la balance mesure en interne une force, un poids mais elle affiche à la fin la masse. Parler du poids d'une personne pour lui demander en fait sa masse est en un abus de langage (largement toléré cependant).

Centre de gravité et centre de masse

A tort, la notion de centre de gravité et de centre de masse sont souvent confondues. Le centre de gravité est le point d'application de la force de gravitation terrestre.

L'attraction gravitationnelle de la terre s'exerce d'une façon radiale autour de la terre et dépend de la distance au centre de la terre.

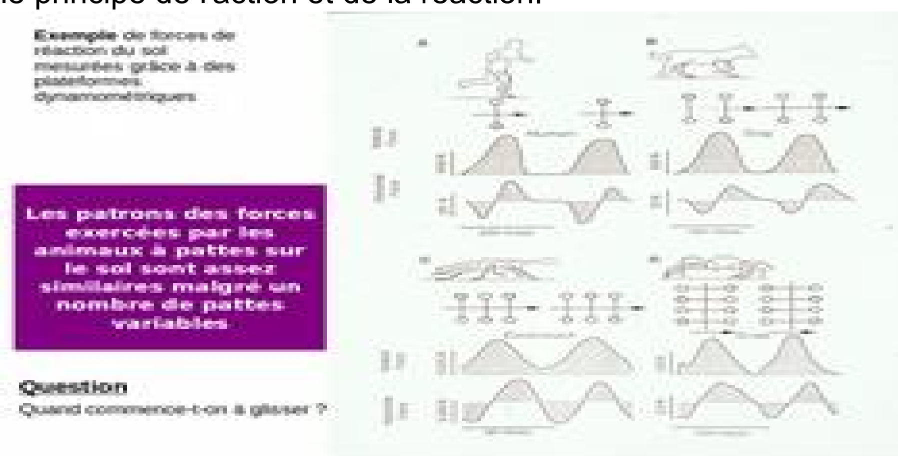
En un point du globe, localement le champ de pesanteur peut être considéré comme homogène.

Dans ces conditions les positions du centre de gravité et du centre de masse se confondent.

Pour un corps qui serait extrêmement étendu par exemple un géant grand comme une montage , le champ gravitationnel n'est plus homogène car la force de gravitation diminue avec l'altitude (voir définition et dépendance en $1/r^2$). Dans ces conditions centre de masse et centre de gravité ne se superposent plus. C'est aussi le cas de la lune dont le centre de gravité est plus proche de nous que son centre de masse. Mais dans le cadre de ce cours, centre de masse et centre de gravité seront considérés comme confondus ou plutôt superposés et nous emploierons par abus de langage l'une ou l'autre des expressions.

Force de contact: principe de l'action et de la réaction

Quand deux corps entrent en contact, on parle d'échange de forces entre ces deux corps, ou encore d'interaction, car l'exercice d'une force par le premier corps sur le second produit en réaction une force du second sur le premier. Cette résistance prend la forme de même direction, de même intensité mais opposée en sens à la force exercée sur lui. C'est le principe de l'action et de la réaction.



Dans les situations abordées dans ce cours, à moins d'être en chute libre dans le vide, nous aurons donc toujours au moins deux forces en présence, le poids et la réaction du support sur lequel se déplace le sujet.

La figure ci-dessous présente les forces de réaction du sol mesurées lors des appuis des pattes sur le sol pendant la marche. Pour chaque animal deux *composantes* de la force sont représentées : la composante verticale et la composante horizontale (dans le sens du mouvement). Les composantes horizontales montrent une alternance de partie négative et positive. Les parties négatives correspondent au freinage du centre de gravité associé à la première partie du poser du pied et ce en général jusqu'à ce que le centre de masse de l'animal passe à la verticale du point d'appui, les parties positives sont associées à l' accélération du centre de gravité dans la seconde phase du poser. Il est "amusant "de remarquer que quelque soit le nombre de pattes utilisées chez ces animaux les forces de réaction ont un patron similaire.

Cône et coefficient de frottement

Pour faire avancer un corps posé sur un plan horizontal, l'expérience montre qu'il faut exercer une force horizontale dont la norme est supérieure à une valeur seuil. C'est la composante tangentielle T de la force de réaction qui s'oppose au mouvement de glissement.

De façon générale désignons par N et T la composante orthogonale et la composante tangentielle de la réaction **R ,** l'expérience montre qu'il n'y a pas de glissement tant que |T/N| <= *f*

ou f désigne le *coefficient de frottement statique* qui ne dépend que de la nature et de l'état des corps en contact

Quelques valeurs de f :

bois sur bois : 0.25 à 0.5

fer sur chêne : 0.6

métal sur métal : 0.15- 0.20

peau de phoque sur la glace: 0.11-0.17 (à 10km/h, à -1°C)

ce coefficient dépend beaucoup de l'état des surfaces

La condition |T/N| <= *f* exprime que l'orientation de la force de réaction **R** doit être comprise dans un cône de demi angle au sommet d'angle Phi tel que tan Phi= f. une fois que le glissement est amorcé, le rapport |T/N| reste quasi indépendant de la vitesse et s'appelle le coefficient de frottement cinétique.

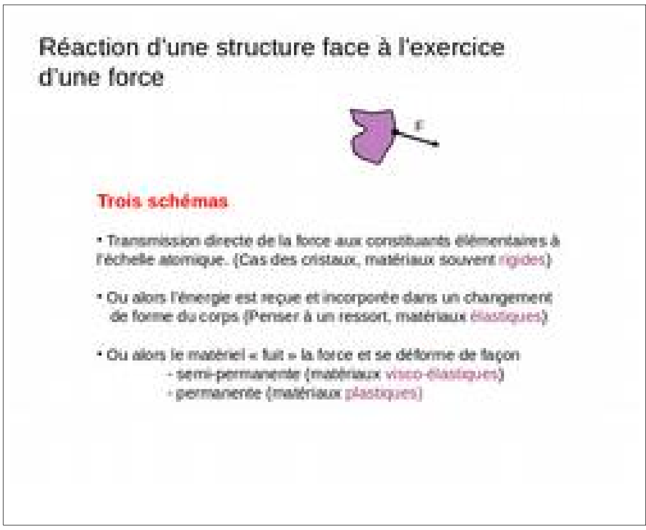
Réaction d'une structure face à l'exercice d'une force

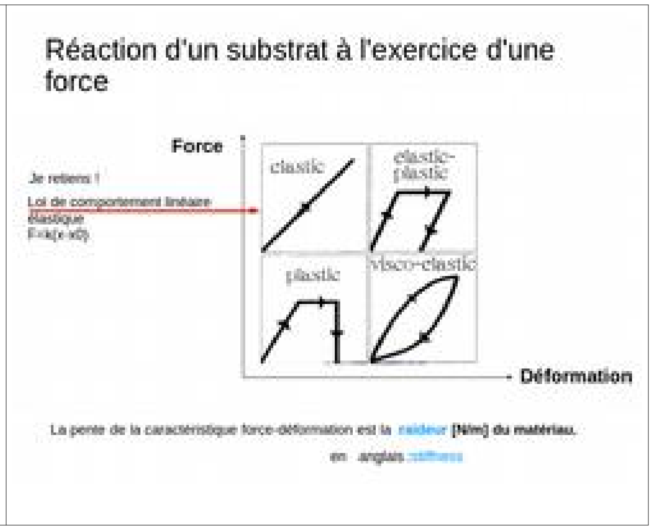
Lorsque qu'une force est exercée sur une structure, on observe différents comportements des structures en fonction de leur constitution :

Ou bien il y a transmission directe de la force aux constituants élémentaires de la structure sans en modifier la structure elle même en tous les cas dans un certain domaine de contrainte qu'on nomme domaine elastique. C'est la cas de nombreux matériaux :

C'est la cas des matériaux rigides, comme un cristal par exemple, il y a transmission directe de la force aux constituants élémentaires à l'échelle atomique. La déformation d'un cristal est alors parfois infinitésimale mais elle est bien réelle et elle se réalise d'une manière élastiques. Si la force cesse, la déformation disparaît.

Mais c'est aussi le ca de matériaux plus naturellement associe a la notion d'élasticité (ressort, élastique). La structure se déforme sous l'action de la force mais recouvre sa forme dès que l'action de la force cesse (tel un ressort). On dira que le matériau à un comportement élastique.





Ou bien le matériel « fuit » la force et se déforme

- Soit de façon semi-permanente (on parle de visco-élasticité), le matériel met un certain temps pour retrouver sa forme de départ. Les phénomène de frottement empêche le corps de regagner instantanément sa forme de départ. Ces frottements sont aussi source de dissipation d'énergie.
- Soit de façon permanente ; le matériel est dit *plastique*, et ne recouvre jamais sa forme initiale. L' énergie reçue par l'exercice de la force est incorporée dans le changement de forme.

Revenons à la figure présentant les force de réaction au sol lors de la marche. Toutes ces courbes sont arrondies et non anguleuses. Cela traduit le présence forte de comportement élastique et visco-élastique dans les matériaux biologiques. Les muscles, les tendons, le cartilage présentent ce type de comportement, les os sont plutôt rigides mais pas complètement ! Élasticité et viscoélasticité des structures interviennent notamment lorsqu'on parle d'amortir les chocs entre parties rigides (les os , le sol).

Déformations et contraintes

La figure de droite représente les courbes caractéristiques de la déformation de différent type de matériaux lorsque la force augmente. Il y a différente façons d'exercer une force sur une structure. On peut tirer (traction), pousser (compression), tordre (torsion), cisailler (cisaillement). Les matériaux du fait de leur structure élémentaire peuvent alors réagir différemment à ces sollicitations. Les limites de résistances des matériaux avant rupture sont bien évidement des données essentielles. Ainsi beaucoup de structures anatomiques sont ainsi passées au « banc d'essai » , soumise à des forces de plus en plus grandes jusqu'à rupture de la structure mais aussi pour déterminer les domaines de contraintes ou la structure a un comportement élastique, avant que la contraintes n'occasionne des déformations irréversibles. Dans ce domaine d'élasticité force et déformation sont bien souvent dans une dépendance linéaire.

Lorsque la force s'applique sur une surface, on parle de contrainte (mesurée en N/m2, unité de pression le Pascal). Une augmentation élémentaire de la contrainte induit une déformation élémentaire. Le coefficient de proportionnalité entre contrainte et déformation (allongement relatif, sans unité) est appelé module d'élasticité. Dans le cas d'une traction on le nomme parfois module de Young et on le note E : c'est donc le rapport de la contrainte (exprimé dans l' unité de pression – le Pascal, noté Pa - divisé par l'allongement relatif de la structure (variation de longueur rapportée à la longueur au repos). Cet allongement relatif est donc adimensionnel et le module d' Young a la dimension d'une unité de pression (Pa).

Mais bien souvent les contraintes auxquelles sont soumises les structures anatomiques sont multiples. Prenons l'exemple d'un os. Bien que rigide, il a une certaine élasticité. Si on exerce une force en flexion, comme si on voulait le couder, alors une partie extérieur de l'os est contrainte en traction alors que la partie intérieure est comprimée.

Lorsqu'une structure est étirée selon une direction, en général elle rétrécie selon les dimensions perpendiculaires. Si vous étirez un cylindre, son diamètre va diminuer. On pourrait penser que le volume lui reste constant mais le plus souvent le volume de la structure change au cours de cette déformation.

Droite d'action d'une force

Lorsqu'une force est exercée sur un objet que peut -il se passer ?

L'objet se translate ou l'objet tourne. Une même force peut donc avoir deux effets distincts sur l'objet, un déplacement de son centre de gravité ou une rotation de l'objet autour de son centre de gravité. Ce qui va déterminer l'apparition de l'un ou l'autre des effet est la position relative de la droite d'action de la force (la droite qui porte la direction de la force) et du centre de masse.

1/ Ou bien cette droite d'action passe par le centre de masse et alors l'objet sera purement translaté

2/ Ou bien cette droite d'action passe a coté du centre de masse et alors l'objet pourra aussi tourner autour de son centre de masse.

On peut constater que cette propension à faire tourner l'objet sera à force égale d'autant plus forte que la droite d'action de la force sera éloignée du centre de masse.

Pour quantifier cette propension de la force à faire tourner l'objet on introduit le moment de la force et on le définit par

$\mathbf{M}_{F/G} = \mathbf{GP} \wedge \mathbf{F} = \mathbf{GP}.\ \mathbf{F}.\ \sin(\mathbf{GP},\mathbf{F})\ \mathbf{k} = F.\ GP\ .\sin(\mathbf{GP},\mathbf{F})\ \mathbf{k}$

ici G représente le point par lequel passe l'axe de rotation de l'objet.

GP.sin(**GP,F**) représente géometriquement le bras de levier, la distance la plus courte du point G à la droite d'action de la force.

Équilibre des moments de deux forces

Les trois exemple ci contre présentent des structures incluant un pivot (A) et un muscle exerçant une force P luttant contre une force R, L'ordre des trois éléments diffèrent dans les trois cas RAP, ARP et RPA.

Dans la seconde figure, la patte antérieur d'un blaireau à été portée a l'échelle de celle d'un guépard. On constate que conformément au mode de vie, les os du blaireau utilisés aussi pour le fouissage sont plus épais et que l'insertion du triceps est plus lointaine de l'articulation de l'épaule que chez le guépard. Chez ce dernier, un court raccourcissement du triceps provoquera une rotation rapide de la patte, chez le blaireau c'est plutôt la puissance qui est recherchée. muscle plus épais et insertion plus lointaine, donc moment de la force important.

Équilibre statique

On a vu qu'un système pouvait voir son centre de masse être translaté ou qu'il pouvait tourner autour de celui ci. Pour s'assurer de son immobilité on devra donc s'assurer de deux choses.

que l<u>a somme des forces extérieures s'exerçant sur le système soit nulle</u>

et

que <u>la somme des moments de ces forces soit nulle.</u>

A ce stade, on peut donc commencer à résumer dans un petit mémo les variables qui se correspondent pour les deux types de mouvement : translation et de rotation. Nous le complèterons au fur et à mesure.

Le mémo

Degrés de liberté

	Translation		Rotation
Référentiel / syst. coord.	cartésienne		polaire, cylindrique
Description du système	Masse m		Moment d'inertie I
Action	Force F		Moment de la force $\mathbf{M}_{F/G}$
Equilibre	$\Sigma\ \mathbf{F} = \mathbf{0}$	et	$\Sigma\ \mathbf{M}_{F/G} = \mathbf{0}$

Méthodologie

Définition du système
Inventaire des forces s'exerçant sur le système
Ecriture des équations vectorielles de l'équilibre
Projection des équations vectorielles sur les axes du repère
Résolution du système d'équation / extraction de(s) l'inconnue(s)

V. Mouvement : description cinématique

Le mouvement est caractérisé par le déplacement d'un corps par rapport à un autre pris pour référentiel. Ce déplacement comme pour le positionnement peut être représenté vectoriellement: il a un sens, une direction, une intensité (une longueur).

La suite des positions occupées par le système au cours de son déplacement est nommée trajectoire. Sa forme est naturellement dépendante du référentiel choisi.

Nous distinguerons deux niveaux d'étude du mouvement: le niveau cinématique et le niveau dynamique.

- La cinématique est une étude descriptive du mouvement qui ne nécessite pas de connaître les causes, ni les interaction du système avec son environnement. On cherche à décrire la forme des trajectoires de certains points et à quantifier cette géométrie et sa temporalité: amplitude des variations d'un angle, amplitude d'un mouvement, fréquence, vitesse, phase, enchaînement ...etc....
- L'étude dynamique vise à comprendre le mouvement observé. Elle nécessite de tenir compte des échanges avec l'environnement, notamment des forces.

Cinématique

On appelle cinématique cette branche de la mécanique qui s'attache à décrire le mouvement des corps (description géométrique en faisant abstraction de leur origine)

Étudier la cinématique d'un mouvement revient donc d'abord à capturer ce mouvement pour en extraire à chaque instant les coordonnées de certains points choisis. On obtient ainsi les trajectoires spatiales de certains points représentatifs du mouvement d'une partie anatomique.

Partant on peut extraire de ces coordonnées les paramètres représentatifs du mouvement et des enchaînements (coordination). Par exemple pour la marche : l'enjambée, la durée du poser et du lever, la fréquence de cycle, vitesse ….

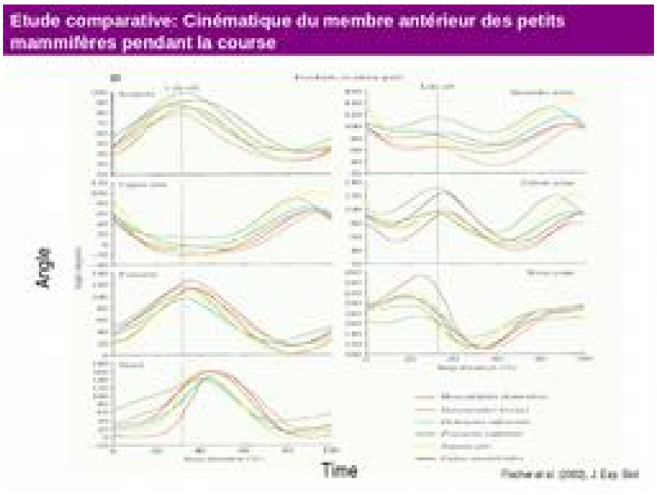
Tout cela ne nécessite pas de connaître les forces échangées avec l'environnement.

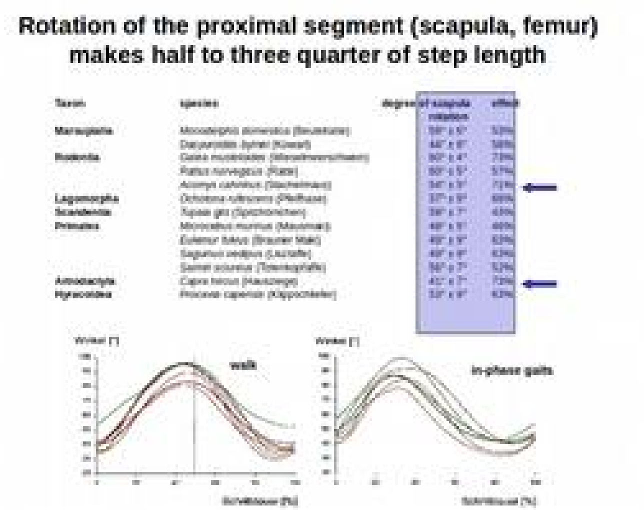
Ces données peuvent servir a des fins diagnostique ou pour des études comparatives, entre espèces ou même intra-spécifique. Tous les homo sapiens ne marchent pas *dans le* *détail* de la même façon car tous n'ont pas la même morphologie et il y a aussi des dimensions culturelles dans la façon de marcher.

La prise de données nécessite donc des systèmes adaptés au mouvement étudié. Ici un chèvre est pourvue de marqueur réfléchissant pour étudier sa locomotion. Elle marchera sur un tapis roulant place devant un appareil de ciné-radiographie qui filmera son omoplate. Objectif : savoir si le mouvement de l'omoplate peut être mesurer grâce à l'utilisation de marqueurs externes place sur la peau ?

Résultat : seul le mouvement des segments distaux est bien mesuré par les systèmes de marqueurs externes. Pour les segment proximaux comme l'omoplate d'autre méthode comme la vidéo-radiographie sont nécessaires.

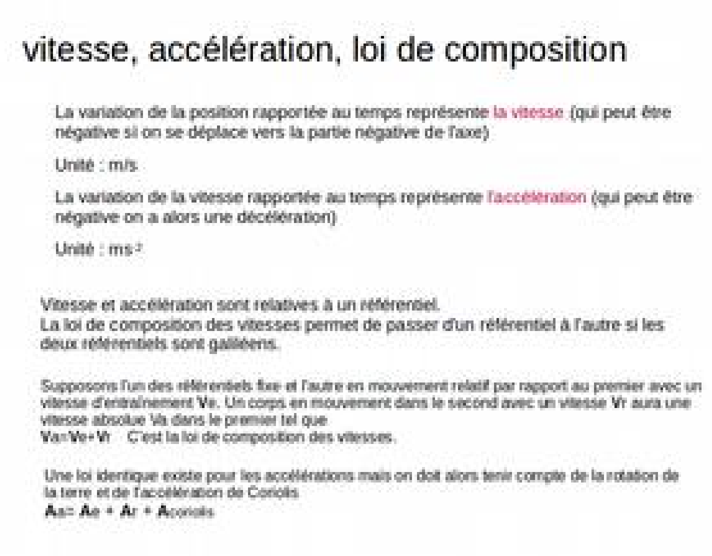
L'analyse des images au rayon X demande beaucoup de temps, car il faut y repérer à la main les points représentatifs choisis (articulations, …, une 20taine de point par image). Un petit mammifère étant susceptible de réaliser 6 cycles locomoteurs à la seconde, il faut filmer le mouvement en haute vitesse (ordre de grandeur 200 images / seconde). L'analyse d'une simple séquence locomotrice de 10 secondes représente donc déjà un gros travail.





Appliquée à de nombreuses espèces animales, l'étude cinématique au moyen de la vidéo-radiographie a mis en évidence l'existence d'un patron locomoteur commun chez les petits mammifères (diapo de gauche : représente les angles articulaires chez 6 espèces de mammifères) . Plus spécifiquement, elle a par exemple permit de reconnaître le rôle majeur jouer par l'omoplate chez les quadrupèdes dont la rotation contribue d'une façon prépondérante à l'avance de la main de sa position de lever à sa position de poser. Pres de 60 % du mouvement de la main découle de la rotation de l'omoplate (diapo de droite). Longtemps pourtant les livres d'écoles faisait démarrer le membre à l'épaule et n'évoquait même pas cette omoplate.

Aujourd'hui l'étude de la cinématique a même pris un nouvelle dimension : On ne se contente plus d'étudier le mouvement lui même, mais **sa variabilité**. L'étude mathématique de *la structure intime de cette variabilité* (par des méthode non linéaire développée pour aborder les géométries fractales et les phénomènes chaotiques) permet de mettre en évidence des pathologies du systèmes nerveux à des stades extrêmement précoces(dégénérescence), avant même que les valeurs cinématiques n'en soit affectées !



On rappelle ici que l'on peut passer d'un référentiel galiléen à un autre : Un homme marche sur un tapis roulant : sa vitesse par rapport au sol peut être décomposée comme la somme de sa vitesse par rapport au tapis roulant et la vitesse du tapis roulant par rapport au référentiel du sol. Ceci est général et porte le nom de **loi de composition des vitesses.**

Le même raisonnement ne peut être tenu d'une façon aussi simple pour les accélérations. Il convient alors de tenir compte de l'accélération de Coriolis, composante associée au mouvement de rotation de la terre et la loi de composition est alors plus compliquée.

Mouvement : étude dynamique

Modifier le mouvement

Pour modifier le mouvement d'un corps , on doit agir sur ce corps.

Cette action se traduit toujours par un échange de forces.

Ces forces peuvent être exercées à distance (par exemple la gravité) ou au contact de l'objet (par exemple des frottements)

Un corps dont le mouvement n'est pas modifié perdure dans son état.

Pas d'échange de force = je continue dans un mouvement rectiligne uniforme

Quelles variables pour quantifier le mouvement d'un corps ?

Notre expérience, nos sens :

Si on veut « compter le mouvement » on peut s'intéresser à son amplitude, à sa « force », à ce qui fait résistance au changement de ce mouvement

Plus un corps va vite , plus l'amplitude du mouvement est importante sur un temps donné. Plus un corps va vite, plus il est difficile de le faire dévier de sa trajectoire. La vitesse semble donc une première variable clé.

Et plus un corps est lourd plus il est difficile de le mettre en mouvement ou de l'écarter de sa trajectoire également.

Si on voulait quantifier le mouvement par une variable qu'on appellerait **quantité de mouvement** alors masse et vitesse joueraient un rôle « symétrique » par rapport à cette variable (masse et vitesse interviendraient par leur produit).

Faire varier la quantité de mouvement

Nous définirons la quantité de mouvement **p** par le produit de la masse par le vecteur vitesse. **p**=m**v** (**p** est donc aussi un vecteur)

La quantité de mouvement peut varier au cours du mouvement lorsqu'on exerce des forces (par exemple le fait de pousser ou freiner un corps, modifie sa vitesse donc sa quantité de mouvement). Mais un corps qui tourne (même avec un module de la vitesse constant modifie **p**)

La vitesse de variation de la quantité de mouvement au cours du temps, sa dynamique temporelle, est l'objet d'un principe énoncé par Isaac Newton (et nommé **principe de la dynamique**):

La dérivée de la quantité de mouvement d'un corps se déplaçant dans un référentiel galiléen égale la somme (vectorielle) des forces extérieures s 'exerçant sur ce corps.

Cas particulier où la masse reste constante

Si la masse du sujet reste constante- c'est le cas classique d'un sujet qui marche-, la variation de la quantité de mouvement du sujet est donc égale à sa masse multipliée par la variation de la vitesse.

$\Delta \mathbf{p} = m.\Delta \mathbf{v}$

Et le premier principe s' écrit $m.\ d\mathbf{v}_G/dt = \Sigma\, \mathbf{F}$

Ou encore $m.\mathbf{a} = \Sigma\, \mathbf{F}$

Le produit de la masse par l' accélération du centre de gravité égale la somme des forces extérieures

Cette équation est une équation d'évolution. Elle permet de prédire la position du centre de gravité à un instant ultérieur.

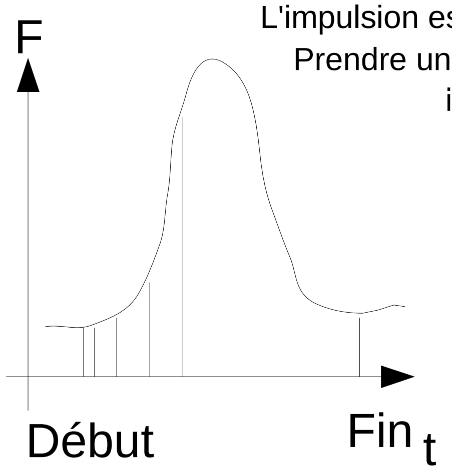
Exemple trajectoire balistique (cf TD)

2 microcèbes A et B sautent de branche en branche. Ils ont des masses mA et mB avec $m_A > m_B$. . Arrivé sur la dernière branche avant le sol situé à 1,50 m de hauteur, Ils démarrent tous les deux avec des vitesses initiales orientées horizontalement
Le microcèbe A saute avec une vitesse initiale horizontale de 2m/s, le microcèbe B, fatigué, se laisse tomber.
A quels instants les microcèbes toucheront-ils le sol ? Lequel touche le sol le premier ?
[Résolution en détaillant au tableau la démarche d'un problème (simple) de mécanique]

L'impulsion

Par l'exercice d'une force, on modifie la quantité de mouvement du système. Plus grande est la force, plus on modifie la quantité de mouvement. Mais plus l'exercice de cette force est long, plus on est susceptible de modifier cette quantité de mouvement significativement aussi.

On définit l'impulsion (ou percussion mécanique) comme l'intégration de la force pendant l'intervalle de temps ou elle est exercée.



L'impulsion est donc représentée graphiquement par l'airsous la courbe. Prendre une bonne impulsion pendant un saut, c'est exercer une force importante sur le court intervalle de temps du poser du pied. Cette impulsion fait varier la quantité de mouvement.

L'impulsion se mesure en N.s

Or les Newton sont homogènes à des kg ms^{-2}
(Penser au poids P [N] = mg [kg.ms^{-2}])

L'impulsion est donc homogène à des kg.ms^{-2} que multiplie des seconde i.e des kg.m/s
C'est aussi l'unité de la quantité de mouvement **p**=m**v** .

Par conséquent impulsion et quantité de mouvement s'expriment dans la même unité.

La relation fondamentale de la dynamique nous dit $d\mathbf{p}/dt = \Sigma\ F(t)$

Donc $dp = \Sigma\ F(t)dt$ et donc entre les instants t1 et t2

$p2-p1 = \Sigma \int_{t1->t2} F(t).dt$

La variation entre t1 et t2 de la quantité de mouvement est égale à la somme des Impulsions des forces s'appliquant entre t1 et t2

Dynamique de rotation

Les forces dont la droite d'action ne passe pas par le centre de gravité produisent une rotation du système autour de son centre de gravité.

Nous savons prédire le déplacement (translation) du centre de gravité lorsque les forces sont connues

Mais la question suivante demeure intacte : comment le système tournera-t-il autour de son centre de gravité ? Nous avons là aussi besoin d'outils.

Comment quantifier le mouvement de rotation ?

On introduit la **quantité de mouvement angulaire** ou **moment cinétique** $\boldsymbol{\sigma}_{i/O} = O\mathbf{M_i} \wedge m_i\mathbf{v_i}$ pour l' élément de matière indicé i.

Pour notre système complet $\boldsymbol{\sigma}_{/O} = \sum \mathbf{OM_i} \wedge m\mathbf{v_i}$

La variation dans le temps de ce moment cinétique vaut

$$d\boldsymbol{\sigma}_{/O}/dt = \sum\ d\,(\mathbf{OM_i})/dt \wedge m_i\mathbf{v_i} + \sum\ \mathbf{OM_i} \wedge m_i.\,d\mathbf{v_i}/dt = \sum\ \mathbf{v_i} \wedge m_i\mathbf{v_i} + \sum\ \mathbf{OM_i} \wedge m_i.\,d\mathbf{v_i}/dt$$
$$= 0 + \sum\ \mathbf{OM_i} \wedge m_i.\,d\mathbf{v_i}/dt$$

On reconnaît à droite le moment en O des forces extérieures et on retiendra

$$d\boldsymbol{\sigma}_{/O}/dt = \sum \mathbf{M}_{/O}(F_{ext})$$

Pendant la phase aérienne d'un saut, le sauteur n'ayant plus de contact avec le sol, le moment cinétique se conserve - le poids s'exerçant au centre de gravité, le moment du poids est nul.

Le sauteur peut néanmoins effectuer un transfert de moment cinétique d'une partie du corps sur une autre, et d'un axe de rotation vers un autre tout en maintenant constant le moment cinétique du corps. On appelle cela la nutation. Une toupie subit la même chose lorsque sa vitesse de rotation ralentie : elle tourne sur son axe pendant que ce dernier décrit un cercle de plus en plus grand à mesure que la vitesse de rotation diminue.

Les gymnastes et sauteurs au plongeoir en sont des experts.

Nous pouvons donc compléter notre mémo avec les variables « dynamiques »

Le mémo
(provisoire)

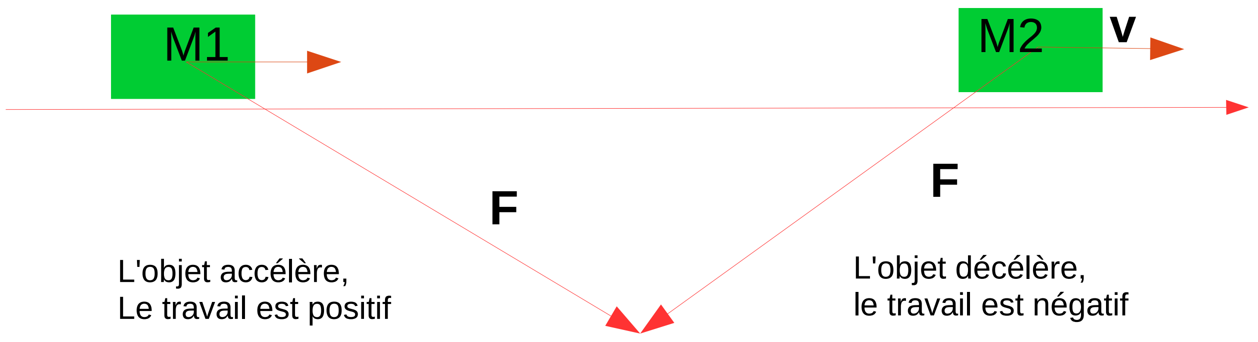
	Degrés de liberté	
	Translation	**Rotation**
Référentiel / syst. coord.	cartésienne	polaire, cylindrique
Description du système	Masse m	moment d'inertie I
Action	Force F	Moment de la force $M_{F/G}$
Equilibre	**Σ F = 0**	**Σ $M_{F/G}$ = 0**
Quantité de mouvement	**p=mv**	**σ = OM^p**
Equation du mouvement	$dp/dt=\Sigma\ \mathbf{F}_{ext}$	$d\sigma/dt=M_{/O}(F_{ext})$

VI. Energie

Quantifier le travail associé à l'exercice d'une force

Le travail à fournir pour exercer une force dépend évidement de l'intensité de la force exercée.

Il dépend aussi de la façon dont cette force est dirigée par rapport au déplacement de l'objet.



Et il dépend naturellement aussi du déplacement de l'objet, plus j'accompagne l'objet sur une longue distance, plus je me fatigue.

D'où la définition

Travail de **F** entre deux positions 1 et 2 et on note W_F Unité : Le Joules, noté J

W_F = $\mathbf{F.\ M_1M_2} =$ $F.\ M_1M_2.\cos(F\ ,\ M_1M_2)$ **(produit scalaire de F et M_1M_2)**

Forces conservatives et non conservatives

Une force est dite conservative si le travail de cette force ne dépend pas du chemin explicitement parcourus mais seulement des positions initiale et finale de l'objet

c'est le cas du poids et du champ électrique

[en fait à chaque force conservative on peut associer une énergie potentielle et le travail de la force conservative entre deux positions égale la variation d'énergie potentielle entre ces deux positions]

Dans le cas contraire c'est une force non conservative

C'est notamment le cas des frottements où le travail dépend explicitement du chemin parcouru.

Cas de nullité du travail d'une force

Si le chemin parcouru est cyclique **et** si la force est conservative le travail est nul : la force travaille positivement pendant une partie du trajet et négativement le reste. Il faut raisonner en terme de bilan pour l'objet qui subit la force. On lui fournit de l'énergie puis on lui en ôte.

Si la force reste perpendiculaire au déplacement de l'objet, le travail de la force est nul (cosinus est nul).

C'est le cas du poids : quand je glisse horizontalement sur mes patins ou si je marche sur terrain plat, mon centre de gravité oscille verticalement, donc le poids travaille tantôt positivement, tantôt négativement mais au final le travail du poids entre le point de départ et d'arrivée aura été nul.

Travail interne et travail externe

Le travail interne est le travail des forces internes au système

Le travail externe est le travail des forces extérieures au système

Toute la difficulté est donc de savoir quand une force est interne et quand elle est externe.

Pour cela il convient de définir soigneusement le système étudié.

Un homme qui marche est soumis à son poids et aux forces de réaction du sol. Ces forces sont externes.

Le travail musculaire pour ramener une jambe en avant pendant le lever est associé à une activité musculaire et est donc interne.

Puissance associée au travail d'une force

La puissance moyenne mesure l' énergie fournie par unité de temps. La puissance est égale au travail W d'une force divisé par le temps t mis pour effectue ce travail .

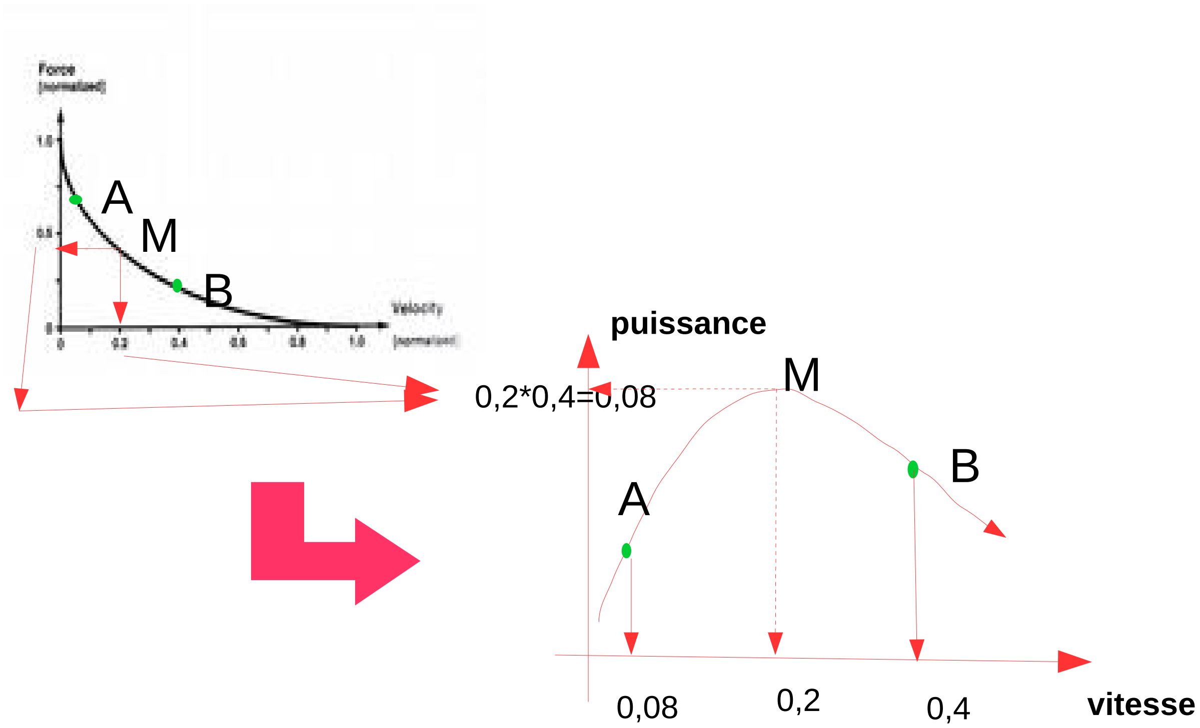
Puissance moyenne = $W / \Delta t = \mathbf{F} . \mathbf{M_1 M_2} / \Delta t$

Or $\mathbf{M_1 M_2} / \Delta t$ représente la vitesse de déplacement

Puissance = $\mathbf{F} . \mathbf{v}$ (produit scalaire du vecteur force par le vecteur vitesse)

Exemple relation force vitesse et puissance de la contraction musculaire

A gauche : Relation (expérimentale) entre la force développée par le muscle et la vitesse de contraction. Plus la contraction est rapide moins la force développée est grande. Si on cherche alors à tracer la puissance produite en fonction de la vitesse de contraction, on constate qu'il existe une vitesse de contraction qui permet d'obtenir une puissance maximale de la contraction.



Existence d'une vitesse optimale de contraction qui maximise la puissance développée

Énergie cinétique

C'est l'énergie liée au système en mouvement. Elle vaut **$1/2\ m\ v^2$.**

Cette expression ne tombe pas du ciel. Elle découle du premier principe de la dynamique :

$\mathbf{F}_{\mathbf{ext}} = m\,\mathbf{a} = m\,d\mathbf{v}/dt$ Multiplions à droite et à gauche par $\mathbf{v}.dt$ c'est à dire par un déplacement élémentaire $d\mathbf{M}$

Il vient $\mathbf{F}_{\mathbf{ext}}.\mathbf{v}.dt = m.\mathbf{v}.dv$ soit encore $F_{ext}dM = d(1/2mv^2)$

A gauche apparaît le travail élémentaire de F_{ext} dans le déplacement dM, à droite on réécrit la quantité comme la dérivée d'une quantité homogène à une énergie et qu'on décide d'appeler énergie cinétique.

D'où le théorème

La variation d'énergie cinétique entre deux instants t1 et t2 égale le travail des forces extérieures exercées sur le système entre t1 et t2.

L'énergie cinétique d'un système est égale l'énergie cinétique du centre de masse affecté de toute la masse du système et de l'énergie cinétique du système correspondant dans le référentiel du centre de masse.

Autrement dit : énergie cinétique du système = énergie cinétique liée à la translation du CdM + énergie cinétique de rotation des parties par rapport au CdM

En particulier l'énergie cinétique d'éléments **en rotation** autour du CdM vaut

$E_{c,rot} = \Sigma\ 1/2\ mi\ v^2_{i/G} = \Sigma\ 1/2\ m_i\ r_i^2\ \omega^2 = 1/2\ (\Sigma\ m_i\ r_i^2)\ \omega^2 =$ **$1/2\ J\ \omega^2$**

avec ω vitesse angulaire [sera revu en TD] J = moment d'inertie / CdM

Énergie potentielle

L'énergie potentielle c'est l'énergie liée à l'existence d'un champ de force susceptible de mettre le système en mouvement.
La gravitation par exemple est susceptible de mettre le système en mouvement si on le lâche d'une certaine hauteur.
On parle de l'**énergie potentielle de pesanteur**

Une bille posée sur un ressort comprimé est susceptible d'être projetée en l'air si on relâche le ressort.
On parle d'**énergie potentielle élastique**

L'énergie potentielle égale en valeur absolue le travail qu'à du fournir un opérateur pour soulever le système au dessus du sol ou comprimer le ressort.

- Énergie potentielle de pesanteur à une altitude h = travail du poids le long d'un chemin vertical de longueur h = P.h = mgh

- Énergie potentielle élastique = travail nécessaire pour comprimer le ressort de Δx à partir de sa position de repos x_0. La force F à fournir n'est pas constante.

  $E_{pot,elast} = W_{F,\Delta x} = \int F(x)dx = \int_{\Delta x} k(x-x_0).\ dx = 1/2k\ \Delta x^2$

Énergie mécanique

On appelle énergie mécanique E_m la somme de l'énergie cinétique E_c + des énergies potentielles E_{pot}

La variation de l'énergie mécanique

$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_{pot}$ or $\Delta E_c = W(F_{ext}) = W(F_{ext,\ cons}) + W(F_{ext,\ non\ cons})$

Et puisque la variation d'énergie potentielle est égale à l'opposé du travail des forces conservatives
$\Delta E_{pot} = - W(F_{ext\ ,\ cons})$

Il vient donc que la variation d'énergie mécanique égale le travail des forces non conservatives. En particulier E_m reste constante si pas de force non conservative.

Énergie potentielle et cinétique pendant la locomotion

Cavagna et Taylor fin des année 70 et début des années 80 ont fait courir toute une série d'animaux sur des plateformes dynamométriques (plateforme de forces)

A partir des forces ils ont pu accéder à la vitesse par intégration et donc à l'énergie cinétique. En intégrant une seconde fois, ils obtiennent le déplacement et donc l'énergie potentielle.

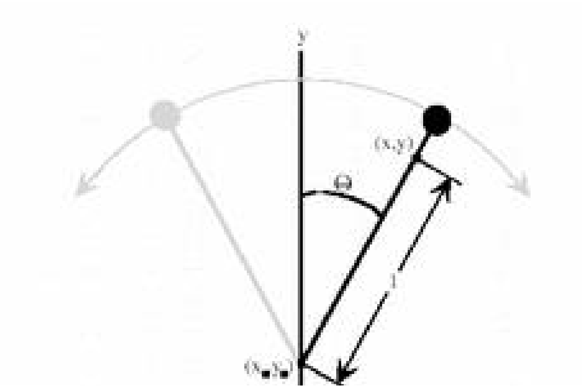
Que constatent-t-ils ?

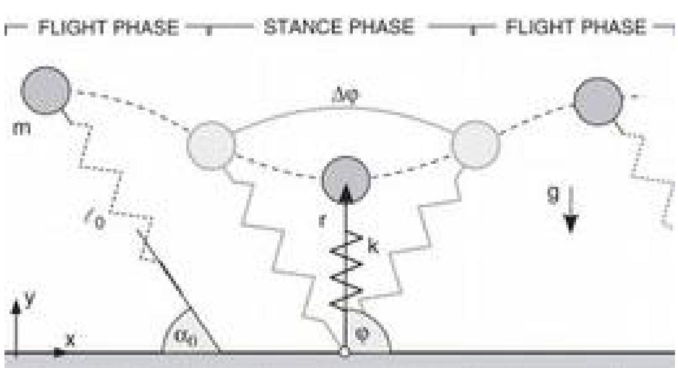
- Aux faibles vitesses il y a au cours du cycle locomoteur transformation d' énergie potentielle en énergie cinétique cinétique et vice et versa. Les deux formes d'énergie varient en opposition de phase (quand l'une augmente, l'autre diminue)

- Plus la vitesse augmente, moins cet échange est efficace car on constate que les variations des deux types d'énergie se font alors de plus en plus en phase.

Il est alors proposé que les structures élastiques de l'organisme emmagasinent l'énergie sous forme d'énergie potentielle élastique pendant une phase du mouvement pour la restituer dans une seconde phase du cycle.

On a ainsi deux mécanismes de sauvegarde d'énergie modélisés sous la forme du modèle du pendule inversé (marche / faible vitesse) et du modèle masse ressort (course).
[voir développement en TD]





Flight phase = phase aérienne   Stance phase = phase du poser

VII . Conclusions / Résumé

Les variables introduites pour décrire le mouvement de translation du centre de masse ont toutes un pendant pour le degrés de liberté correspondant à la rotation du corps autour de son centre de masse. Il est donc judicieux d'organiser sa pensée autour de ces 2 degrés de liberté pour facilité leur mémorisation.

Le mémo

	Degrés de liberté		
	Translation		Rotation
Référentiel / syst. coord.	cartésienne		polaire, cylindrique
Description du système	Masse m		moment d'inertie I
Action	Force F		Moment de la force $\mathbf{M}_{F/G}$
Equilibre	$\Sigma\, \mathbf{F} = \mathbf{0}$	et	$\Sigma\, \mathbf{M}_{F/G} = \mathbf{0}$
Quantité de mouvement Moment cinétique	**p=mv**		**σ = OM^p**
Equations d'évolution	$d\mathbf{p}/dt = \Sigma\, \mathbf{F}_{ext}$		$d\sigma/dt = M_{/O}(F_{ext})$
Energie cinétique totale =	$1/2\ m\ v_G^2$	+	$1/2\ J\ \omega^2$

Loi de conservation

si pas d'échange de force avec l'extérieur	Energie mécanique constante	Moment cinétique total constant
si pas de forces non conservatives	Energie mécanique constante	